命题时态逻辑在“狭义相对论”视域下的困境与出路

摘 要

命题时态逻辑是以中世纪及近代的语法时态研究为基础建立的。二十世纪中期，逻辑学家通过研究日常时态命题，提取出将来、现在与过去三种时态并建立了将它们作为基本算子的命题时态逻辑形式系统。但这些系统被认为在哲学上预设了一个“绝对现在”的存在以及时间的绝对性，与已经出现的“狭义相对论”在对时间的表述上存在矛盾。本文认为这些矛盾主要体现为三个困境：首先是“狭义相对论”对同时性的理解会与命题时态逻辑的一些公理相互矛盾，其次是被认为很重要的A-series和B-series在命题时态逻辑中产生的不自洽在某种程度上将不在“狭义相对论”视域下产生，最后是 “狭义相对论”会在时间本体论方面对命题时态逻辑提出挑战。不过，走出由这些矛盾造成的困境是可能的。文章最后将会简要阐述以“狭义相对论”为基础建立的时空逻辑形式系统。

关键词：命题时态逻辑；狭义相对论；时空逻辑

**Abstract**

Propositional temporal logic is based on the medieval and modern study of grammatical tense. In the mid-twentieth century, logicians extracted that future tense, present tense and past tense and used them as basic operators to found a lot of propositional temporal logic formal systems through researching ordinary temporal statements. But these systems are considered to presuppose the existence of an “absolute now” and the absoluteness of time philosophically, which contradicts “special relativity” on the prehension of time. This paper argues that there are mainly three contradictions: firstly, the meaning of simultaneity in “special relativity” will contradict some axioms of propositional temporal logic; secondly, inconsistency which comes from two important concepts A-series and B-series in propositional temporal logic will not exist in the sight of “special relativity” in some sense; lastly, “special relativity” will challenge propositional temporal logic on ontology of time. However, getting out of plights caused by these contradictions is possible. And a spatial-temporal logic formal system based on “special relativity” will be stated briefly at the end of this paper.

**Keywords:** propositional temporal logic; special relativity; spatial-temporal logic

目 录

[一、引言 4](#_Toc7354987)

[二、命题时态逻辑系统 6](#_Toc7354988)

[（一）Kt及其线性扩张 6](#_Toc7354989)

[（二）分支命题时态逻辑系统 10](#_Toc7354990)

[三、三重困境 15](#_Toc7354991)

[四、向时空逻辑的转变 18](#_Toc7354992)

[（一）转变的可能条件 19](#_Toc7354993)

[（二）命题时空逻辑 21](#_Toc7354994)

[五、总结与期望 23](#_Toc7354995)

[参考文献 24](#_Toc7354996)

# 一、引言

时态逻辑是哲学逻辑的一个重要分支。二十世纪五十年代以来，时态逻辑逐渐成为一门独立的学科，受到逻辑学家的重视。目前，对时态逻辑的研究已经较为成熟，并且在理论层面与数学、计算机科学和物理学形成良好的互动。许多新的逻辑，如概率时态逻辑和计算树逻辑，由此产生并得到发展。

最初，对命题时态逻辑（简称PTL）的提出与整理工作主要是Prior进行的，他对PTL的讨论使得之后的时态逻辑研究有了一个良好的基础。因此，以下将从Prior的工作开始，分为三个部分对与本文论题相关的研究概况进行介绍。

第一部分：Prior与其他时态逻辑学家对PTL做的工作。

对PTL进行公理化、形式化的工作是困难的，首先需要解决的问题是时间的本体论与认识论问题。这些问题的由来已久，可以追溯到古希腊亚里士多德时代，详细内容可以参见Ohrstrom（1995）。

Prior试图建立形式逻辑系统以解决关于时间的哲学问题，当然，这种倾向是当时整个时代对逻辑数学化表示青睐的一种投射。在Prior（1957）看来，将模态算子做时态上的定义，并用作时态算子进行运算的确可以成为解决PTL公理化、形式化问题的一种方案。1958年，Hamblin为Prior提供了一套时态逻辑公理系统，该系统将F和P作为时态算子引入。被解释成“”，被解释为“”。同时Prior（1965）与Hamblin共同确定了十五种不等价的时态，其中G与H通过F和P定义被引入。这样的处理使得时态形式语言对自然语言的翻译更具有了灵活性，也更具表达力。

时态逻辑的一个重要内容是对时间框架的考查，如果一个时态逻辑系统的公理具有P性质，那么对应的时间框架也可以被称为是P-框架。诸如自反性、传递性、对称性等可一阶表达的性质都可以通过相应的时态公式表达出来。Lemmon E.J（1956）建立的系统Kt不存在对时间框架的性质进行限定的公理，是最小的PTL系统。其它PTL系统都是此基础上通过增加相应的性质公理建立的，具体内容可以参考Prior（1967），McArthur（1976），Benthem（1991）和Ohrstrom（2006）。

Prior（1967）将McTaggart提出的A-series和B-series纳入到对时态逻辑的讨论范围之内。A-series是时间的时态表述，认为时间是由过去、现在、将来构成，这符合对时间的直观经验；B-series只考虑时间上的“先-后”关系。部分逻辑学家认为，A-series与B-series可以通过逻辑的手段并存在时态逻辑系统内部，因为时态算子在形式上与A-series是相同的，在解释上与B-series是一致的。具体细节还可以参考Ohrstrom（1995）。

分支时间同样也被Prior（1967）考虑，这种时间框架的理念源于决定论与非决定论之间的争论。不过，被考虑更多的情形是分支只指向未来，而不指向过去。在某种意义上，分支时间的理念与奥卡姆主义契合，其认为过去是不可改变的。更多细节可以参见Rescher（1971），Ohrstrom（1995），Zanardo（1996）和Reynolds（2002）。

第二部分：国外学者对 “狭义相对论”视域下的时空逻辑系统的研究。

Prior（1967）讨论了“相对论”作用下的时态逻辑，并与在经典物理学作用下的时态逻辑进行了比较。他得出结论：前者产生的“Diodorean-modal system”是S4，后者是S4.3。尽管如此，Prior还是指出，“狭义相对论”与基本时态逻辑系统之间的矛盾依然存在。Prior对这一问题的简要讨论可以作为一个重要的参考。除此之外，在Belnap提出分支时空结构之前，关于这部分内容还可以参考Gladbatt（1980）和Burgess（1984）。

Nuel Belnap（1992）将空间关系引入分支时间结构，提出了分支时空结构，意图将“狭义相对论”与非决定论融合进时态逻辑系统。这种结构通过借助闵可夫斯基的时空坐标，用“”来刻画惯性参考系内各事件的关系。事件通常用e来表示，“”被解释成“在的立场，发生了；在的立场，可能发生”。这在字面直观上似乎与分支时间结构中的“先-后”关系没有太大区别，但在时空结构中表现出来的“”关系却与其在一维时间框架中的表现有着很大的差异。更多分支时空结构的细节可以参见Xu（1997），Rakic（1997）。

由于“狭义相对论”在二十世纪已经可以完全被数学表达，一些逻辑学家也借此建立了“狭义相对论”的一阶时空逻辑系统。这一内容可以参考Benthem（1991）和Andreka（2007）。

第三部分：国内学者对此问题的探讨。

国内对于这一论题的整理与讨论资料相对较少。在本文结束之前，通过数据搜索只能检索到以下已发表的论文。刘虎在2016年发表的《A temporal-spatial logic for branching space-times》，为Belnap的分支时空结构建立了符号形式逻辑系统，并讨论了该系统的一致性与完全性。贾青在2013年发表的《对双时间参数理论的改进 ——从分支时间到分支时空》，主要是运用分支时空为双时间参数理论建立新的基础。

本文谈论的PTL系统包括Kt及其正规扩张系统，其中一类是CL，SL，PL以及PCr，通常被称为是Kt的线性扩张；另一类是CR和Kb，它们属于分支时态逻辑系统。我们的主要任务是在分析命题时态逻辑的基础上，对其面对“狭义相对论”时产生的困境进行具体的阐明，并且尽可能地简要介绍命题时空逻辑。

# 二、命题时态逻辑系统

对命题时态逻辑的简要介绍是有必要的，首先它是本文需要讨论的对象之一，其次我们可以在系统的逐渐扩张中发现命题时态逻辑对时间的看法。

# （一）Kt及其线性扩张[[1]](#footnote-1)

命题时态逻辑形式系统公式的构成方式通过如下定义给出：

其中，是命题字母的集合，和是布尔连接词，是永真式，F和P是时态算子，左右括号是技术符号。[[2]](#footnote-2)

除此之外，为了简化公式长度和推理过程，一些衍生的符号被定义如下：

由于时间算子具有对偶性，因此我们可以通过将公式中出现的F换成P，将P换成F而得到一个新的公式。这样的变换，我们称为镜像(MI)变换，具体定义如下：公式称为公式的镜像公式如果是通过将中每一处出现的F换成P，同时将P换成F而得到的公式，记作。[[3]](#footnote-3) 将MI定义中的F变成G，P变成H，该定义也是成立的。特别地，。

另外，还有一些较为重要的变形规则：

：如果并且，则。

如果并且，则。其中指的是用替换中出现的。

如果，则。

：如果，则。

：如果，则。

：如果，则。

：如果，则。

我们仅对RMI进行适当证明：假设是的一个证明序列。我们要证明，对于任意的，都有，特别是。根据证明的定义，（1）如果即是系统的公理，那么可得MI()仍然是系统的公理。（公理的镜像公式例外，但它的镜像公式可证得是对应系统的定理）（2）假设对于任意，。现在要证明。如果是公理，证明同（1）。如果是之前的两项和(通过RMP得到，由假设有和。而就是。因此得到。

假设时间模型是这样的三元组（T，R，V）。T是所有时间点的非空集合。R是T上的一个二元关系，也被称为优先关系，一般解释为“<”。V是对T中元素的赋值。那么，公式在为真可以定义如下：

公式是命题变元时，如果，则在为真。

，如果在为假，则在为真。

，如果在为真，同时在也为真，则在为真。

，如果存在某个并且在为真，则在为真。

，如果存在并且在为真，则在为真。

目前为止，我们已经给出了PTL的基本语法和语义内容。为了方便，在分别介绍各个系统之前，一些常见的模态可定义的一阶公式式给出如下： (refl)

 (Sym)

 (Trans)

. (R-Lin)

(L-Lin)

(Non-ending)

(Non-beginning)

. (Density)

现在开始介绍各个线性系统。首先是Kt[[4]](#footnote-4)，它一共有如下七条公理模式：

A1 ，其中是重言式

A2

A3

A4

A5

A6 ，其中是公理

A7 ，其中是公理

这一系统是命题时态逻辑最小的逻辑系统。可以看出，它的公理并没有假设时间顺序具有任何性质，因此该系统中的定理也是在没有该假设的前提下被证明是逻辑为真的。[[5]](#footnote-5) 在此基础上的扩张系统只不过是对时间顺序做出具有何种关系的假设。所谓的线性系统，就是对关系施加限制，使得时间流呈现一条直线，避免分支情况的产生。

现在要考虑的是一个线性系统需要满足的基本条件。首先，这样的系统要求时间流上的任意两个时刻点都具有R关系，也就是说假如并且的话，那么与之间一定也有R关系。这个特征用公式来表达就是如果在一个时刻点为真，那么一定可以得到在该时刻点为真，P算子亦然。其次，线性系统应该还要满足另一个条件才能避免分支的出现。那就是如果为真，那么或者在向前的同一时刻点为真,或者在向前为真的时刻点早于（），或者在向前为真的时刻点早于（）。[[6]](#footnote-6) 这种情况同样适用于P算子。因此，我们可以得出一个基本的PTL线性系统——CL[[7]](#footnote-7)。它是通过在Kt的基础上增加以下特征公理模式得到的：

A8

A9

A10

一般而言，CL的公理模式由A1~A10组成，但如果觉得A9与A10太过繁琐，我们可以用CL的定理和分别替代A9与A10而得到新系统，该系统与CL等价。[[8]](#footnote-8)

不难看出，A8与P3对应，A9与A10分别对应P4和P5。也就是说CL的时间框架的关系满足传递性（trans）、左线性（R-Lin）和右线性（L-Lin）。如果在CL基础上，我们把左无限性（non-beginning）与右无限性（non-ending）施加到关系上，可以得到SL[[9]](#footnote-9)系统。其增加的特征公理模式如下：

A11

A12

该系统限定了时间这条直线既没有起点，也没有终点。如此下去，我们应该把稠密性（density）加在SL上进行扩张。但这样并没有太大的意义，因为稠密性可以被视为是无限分割，拥有这样性质的框架在某种意义说也就具有了双向的无限性。因此，我们把稠密性放在CL里面得到新的系统——PL[[10]](#footnote-10)。新加的特征公理模式如下：

A13

上述的三个线性扩张系统在严格意义上来说并不完善，因为没有一个系统对禁自反性做出任何的公理表达。试想一下，如果上述系统的关系并不禁自反，以下的情况便有可能会发生：。根据传递性，我们可以得到。也就是说，我们会得到一个循环的结构。尽管这个结构没有分支，但这也不符合我们对线性系统的直观。不过，在现在的研究中，这种循环系统被认为是Kt的线性扩张系统，称作PCr[[11]](#footnote-11)。它的公理模式给出如下：

A1~A7

A8

A14

A15

PCr系统的三条公理分别对应传递性、自反性与对称性，即，PCr系统其实是个等价系统。在该系统中，F与P等价，G与H等价，这可以通过证明两条反事实的公式，和而得到。因此，在该系统中，其余三个时态算子都可通过另一个算子定义出来。这样的系统比之前的系统都要强，而且可以证明得到CL、SL和PL都是PCr的子系统。

# （二）分支命题时态逻辑系统

分支时间结构的提出很大程度上得益于决定论与非决定论之间的争论，也就是神的全知与自由意志之间的矛盾的争论。对此，Burgess说过：如果决定论将时间看成是一条直线，那么，非决定论认为它是一个分叉路径的系统。[[12]](#footnote-12)

在这期间，四种较为有代表性的分支时间结构的模型被提出：[[13]](#footnote-13)

（1）第一种模型由Saul Kripke提出。在该模型中，从现在的时间点向前分出了两条带箭头的支路，每一条之路代表现在没有发生但未来可能发生的一种情况，箭头表示可到达的事情是真的。假定和是未来的两种可能（以下描述的所有模型均假设只有两种未来可能性），如图1（1）所示。根据图1（1），在该模型下是真的。不过需要注意的是，在未来没有到达之前，究竟那种可能会发生我们预先不知道。

（2）第二种模型是奥卡姆模型（Ockham-modal）。在该模型下，未来会发生的可能性只有一种，因此，在从现在分出去的两条中只有一支有箭头。也就是说如果未来发生，那么p就不会发生。按照这种描述，被认为是真的。

（3）第三种模型是Prior提出的皮尔斯模型（Peirce-modal）。该模型认为，两个分支的未来都只是现在的一种假设。既然如此，任何一条分支都不应该有箭头指向，也就是说和都不为真。不过有一种情况必须是例外，那就是如果有某个命题q在一个单位后的时间上的所有未来可能性中都成立，那么是真的。

（4）第四种模型较为特殊，它是由Hirokazu Nishimura在1979年提出的。因为这种时间结构与Leibniz的时间观非常接近，所以也被称为莱布尼兹系统。

图1 四种模型图

H1

H2

p

(4)

H1

H2

P

(3)

H1

H2

P

(2)

H1

H2

P

(1)

四种模型都有各自合理的地方。（1）将两条支路指派箭头可以非常便利之后各分支的展开，因为如果某一种未来可能性成为现实，我们便可以不用任何其他工作便可以直接在H1或者H2向前画出分支。除此之外，它还隐藏了另一种想法，那就是两种不相容的未来可能性都为真时，只不过是产生了两种未来，我们身处其中之一。其实（4）也有类似的意思，不过（1）处理起来会更方便。（2）模型有一点很明确，那就是将选择与线性结合在一起，这样在某种程度上调和了决定论与非决定论之间的张力。（3）有一种很强烈的自由选择的倾向，就像是一个人在做一份全是选择题的问卷，而且一道选择题的答案牵动着下一题的选项。虽然选择众多，但我们要介绍的分支时间系统——Kb，是按照（1）结构给出语义解释的。在介绍它之前，我们先给出一个基本的分支时间系统——CR[[14]](#footnote-15)。

CR的公理模式如下：

A1—A7

A8

该系统是在Kt的基础上通过增加A8而得到的系统。与CL相比，CR没有对时间流的两个方向进行线性限制，也就是说，在CR的时间结构里，从现在的时间点出发，未来与过去两个方向都可以呈现分叉延伸的状态。如图2所示，点0代表现在时间点，正数为未来方向，负数为过去方向。这是CR系统的一个模型，并且公式集是CR可满足的。

-2 -1 0 1 2

p

图2 过去与未来双向分支图

在这里，至少有两点需要被提出来讨论。首先是p与指向同一个未来时间点这一奇怪的事实。当然有人会提出异议说这并不奇怪，因为两个时间点之间并不是行为与后果的关系。举个例子，假如位于点0时，我可以做出吃饭或者不吃饭的行为选择，但是点1上代表的仅仅只是我在点0之后要干嘛，比如说去打球与我是否吃饭没有任何其他关系。除此之外，也许还会有人说，我们也无法在点1出现的那些事情中找到p与共同导致的那一个。没有任何依据可以证明一个时间点的事情集合与另一个时间点的之间存在任何其他的关系。但如果我们认为，箭头只是为了表明指向了未来，仅仅表示一种优先关系的话，其实箭头是可以被省略的，它已经失去了联结时间点的作用，因为时间上的先后已经通过数轴表示了出来。其次便是反常识的时间跳跃。一般而言，如果有人从点1回到点0，我们会认为他会回到所在的那个时间点，因为常识总是趋向于认为回到过去指的是回到那个经历了的过去。但表明，跳跃到与经历了的过去相反的过去是可能的。产生这种情况的原因在于CR时间框架是可以向过去产生分支的。

不过，这种情况在Kb中不会出现。Kb[[15]](#footnote-16)系统是在CR的基础上增加以下公理模式得到的：

A10

A10规定了时间向后的线性，也就避免了图2所示情况的产生。其实我们应该把更多的目光投向Kb的语义研究，从以下的分析中我们能够找到这样做的原因。首先Kb的一个模型图给出如下：

-2 -1 0 1 2

p

图3 未来单向分支图

在基本的PTL系统中，我们一般将F翻译成“…将来发生”，将G解释为“…将来一直发生”。[[16]](#footnote-17) 但这种翻译方式似乎并不适用于Kb。因为Kb是向前开放的，也就是如图3所示：从点0可以有多个分支指向未来方向。如果按照那种方式翻译上图，那就是“将来发生”和“将来发生”。这两句话很明显想表达的是某件事在未来会发生的可能性，因此，更好的翻译应该是将F解释为“…可能将来发生”，相应地将G解释为“…必然地将来发生”。但是如果将时态算子用可能与必然来表达的话，在某些时候依然会遇到难以翻译的句子，比如说“p将会发生”，因为这句话既不是表示一种可能，更不是表示必然。为了解决这个问题，两种不同的方案被提出。一种方案是将度量指数（metric indices）与时态算子结合，如这种形式。如果在点1的所有时间点上都有p，则写成。那么，“p将会发生”就可以表示成。也就是说，以前的Fp现在应该被理解为。另一种方案更让人满意。由于分支中的每一条分支都可以被看作是线性的，所以一些逻辑学家认为可以把其中一条线性的路径在画图时单独标记出来，作为实际的未来去看待。这一想法后来经过Prior的进一步优化，形成了一个混合时态系统OT。[[17]](#footnote-18) 以上产生的度量时态逻辑与混合时态逻辑都产生于Kb的语义研究过程中，毕竟直观看来，线性时间框架只是分支时间框架的子集，那么分支时间逻辑的语义也应该做出适当的调整以适应分支时间逻辑对命题的解释。

目前为止，命题时态逻辑的基本系统已经被介绍完了。我们将通过框图展现各个系统之间的关系。其中箭头表示扩张，括号里的字符表示后者在前者的基础之上增加的特征公理。

**Kt**

**SL**

**CL**

**PL**

**PCr**

**CR**

**Kb**

(A8，A14，A15)

(A8)

(A10)

(A9)

(A13)

(A11，A12)

图4 各系统关系图

我们要对左线性与右线性做一些特别的补充。我们以右线性为例：。如果要将这个一阶公式翻译成自然语言，大致会得到：如果有两个时间点y和z都比x向前，要么y就是z，要么y比z向前，要么z比y向前。但在Girle（2009）中，将等词部分省略而得到的另一种性质——连通性（connectedness）是这样表示：，其作用也是给予时间框架线性限制。那么，究竟哪种表达在时态系统中更为合理，我们可以简要分析一下。假如分支结构部分如图5所示：

图5 分支图

为了避免这样的分支，我们的确有三种选择，但现在要考虑的是在PTL背景下，是否仍有三种选择。答案显然不是。因为在PTL中，R被限定是“<”关系，因此我们不能在两个时间点之间施加“=”关系。从公式的角度我们可以理解到，A9的后件中这一析取支能够形成是借助了“=”关系，而这一关系并没有在PTL的R关系集合中。但本文依旧选择将A9与A10作为特征公理模式只是为了与Prior建立的命题时态系统保持一致。

通过逐渐扩张的顺序介绍了七个PTL形式系统，我们可以看出PTL是在一条被分离的一维时间轴上考虑时间的，并且时间模型仅仅只是逻辑可能的。

# 三、三重困境

命题时态逻辑与“狭义相对论”之间的矛盾其实可将困境划分成物理、认识论和本体论三个层面。强调物理层面的重要原因是，我们必须清楚，时间这一概念不仅仅是哲学讨论的基本范畴之一，也是物理学领域一个非常重要的物理量。因此，这里只想做出提醒，由于时间具有这一特殊性，我们在为时态逻辑建立公理系统的时候，不能仅仅看重它的逻辑性质或者哲学性质，还要注意其附属的物理特性。尽管从历史来看，物理学与哲学关系密切，甚至在物理学的重大转折时期，物理学几乎就是哲学，物理学的概念就是哲学的概念，但多数情况下，两者并不能因此等同。

物理层面的困境来源于对时间的测量。我们先观察图6描述的情况：该图展现的是一列以速度v（小于光速）向右匀速行驶的火车，行驶过程中火车保持直行。矩形代表火车，长度为。底端长直线表示铁轨，M是一个站在地面上的固定点观察火车的人。A、B分别代表车头车尾。我们以火车前进方向所在一段为车头，火车中间立着一块镜子，然后分别从A、B射出一束光线。

A

B

M

v

火车

图6 火车运动模拟图

我们假设其他因素不影响M的观测，并且光速是c。那么，我们可以计算，对于火车正中间的镜子而言，A、B两束光线到达所需要的时间：

也就是说，如果有人站在镜子的位置的话，他可以明确的说出来：两束光同时到达镜子。

现在我们来看看对于M来说，光A、B发生了什么。同样，我们可以计算到对于M而言，A、B光线到达火车中间所需要的时间：

很明显可以看出，。这也就是说，对于M来说，他可以明确的说出来：A后于B到达镜子。

那么，问题就产生了。究竟光A和光B有没有同时到达火车中间？回答这个问题之前，我们要清楚一点，第二种情况产生的时间差是真实发生了的，而不能把原因归结为由视觉差引起的空间距离被不协调地缩短。[[18]](#footnote-19) 要验证这一说法很简单，只要在A、B和火车中间安置一模一样的时钟（不因内部零件摩擦而产生损耗），并想象火车很长很长，然后我们只要观看时钟显示的时间就行了。结果肯定是在M看来和不一样。这使得命题时态逻辑的某些公理在“狭义相对论”的解释下不成立。我们以公理A9为例。表示“B到达镜子”，表示“A到达镜子”，那么A9“”便可解释成“如果B将来到达镜子并且A将来也到达镜子，那么要么A、B将同时到达，要么其中一个先到达”。也就是说，如果A与B将同时到达镜子，则不会有另外两种情况发生。这其实反映出了命题时态逻辑在物理上对同时性的定义：在一个惯性系中同时发生的两事件，在所有的惯性系中都是同时的。[[19]](#footnote-20) 但在“狭义相对论”看来，如果在图6中增加一辆方向相同、速度更快的火车，在它上面增加一个观察点，可以得出A先于B到达镜子的结论。也就是说其实都是发生了的。这与公理A9所表述的内容存在明显差异。除此之外，更重要的一点是，如果A9要在图6的情况下成立的话，光速c就必须在式子和中的值是不一样的，也就是说光速必须要在不同的惯性系中不同。很明显，这与“狭义相对论”的光速不变原理相矛盾。综上，我们可以得出结论，PTL要想在“狭义相对论”的背景下成立是存在物理上的困境的。

认识论上的困境其实指的是两个非常重要的概念——A-series和B-series——在PTL中产生的不自洽竟然在“狭义相对论”中可以被消解这一事实。这尽管看起来很不错，但对PTL而言却不是件好事，因为这说明在“狭义相对论”中一定存在某些超出或者颠覆PTL的认识观念，唯有如此上述情况才会出现。

建立PTL的逻辑学家认为，时间是变化的。没有变化就没有时间。[[20]](#footnote-21) 但是B-series只确定了事件之间的先后关系，这种先后关系一旦被确立，便不会改变。因此，单纯的B-series无法支持时间的存在。于是，B-series必须依靠A-series才能得到时间上的刻画。也就是说，所谓的“事情N在事情M之后”指的是N在M的将来，“事情P在事情Q之前”指的是P在Q的过去。那么，先后关系由于加入了过去、将来和现在（就是A-series）而有了动态的变化。但奇怪的是，一些逻辑学家在说明什么是过去、什么是将来这些问题时，往往又会用一种之前、之后的关系来定义。这样的话，实质上这就已经进入了一个A-series与B-series的循环论证当中。

此外，A-series本身也存在着不合理性。我们举个例子，表示“我正在写字”。那么下一秒如果我没写字，则对于这一秒来说应该被表示成。然后又到

了下一秒，则应该表示成。这样下去，就会有。[[21]](#footnote-22) 使得这一情况的发生在于A-series上的每一个元素都应该具有A-series的特征，唯有这样才能使得A-series发生动态变化。为了使说明更加清楚一些，我们还可以想这样一个例子：假如表示“维多利亚女王死亡”，如果不增加任何其他事情，的真假是没有任何判断依据的，也就是说它可以是过去，现在或者将来。假如我们要确定是与过去相符，即有“维多利亚女王已经死亡了”的话，一个新的事情不得不被加入在历史向前的方向上。同样，我们又应该以相同的态度对待，那么新的事情应该被引入。接着就会要有，直到无穷。[[22]](#footnote-23) 两个例子实质上针对的是叠置模态词的使用，正如公理A4和A5呈现的那样，我们总能从现在时态引出双时态的叠置，进一步说是从一个时态引出多重叠置时态。这在McTaggart看来是一种错误的时间无限后退或者前进的现象。[[23]](#footnote-24)

而出现以上情况的主要原因在于A-series中对绝对现在的毫不妥协。PTL的创始者Prior说，只有现在才是真实的。[[24]](#footnote-25) 尽管一个没有绝对现在的命题时态逻辑可以被建立，但Prior也不会放弃绝对现在这一概念。与此相反的是，“狭义相对论”并不在意对现在的界定，它认为时间是相对的。这里的相对不是指过去相对于现在或者现在相对于未来这种相对关系，而是指不同的惯性系之间的时间的相对。正是对绝对现在与绝对时间的放弃，上文中A-series与B-series产生不自洽的前提在某种意义上便被否定了，那种不自洽也会随之被消解。另外，如果“狭义相对论”要仿命题时态逻辑建立系统，A-series也会失去原有的重要地位，甚至可以说会被排除在它的哲学基础之外，但A-series是基本时态逻辑的一个重要理论基础。因此，不难发现，“狭义相对论”将会在时间认识论方面对命题时态逻辑的哲学基础提出诘难。

除此之外，两者对时间本体的看法也存在着较大的差异，这形成了它们在时间本体论上的困境。通过上一章我们知道，命题时态逻辑给予时间众多的性质并且通过时态公式表达出来，比如A8反映传递性，A13反映稠密性等等。当然，除了那些性质，还有一些其他的性质，如连续性、离散性等等，没有在本文被呈现。这些性质的存在以及能够被时态公式表达传递着这样的信息：时间是可塑的。既然如此，时间应该要具备用来塑形的实体，至少不应该是抽象的。并且由于塑造的过程不需要借助其他实体概念，因而更进一步说，时间是独立的实体。这个关于时间的本体论观点映照出了命题时态逻辑的本质：那就是描述时间。时间如果不是实体，那么就不需要被描述，而是去描述他物。

正是在这一点上，“狭义相对论”使时态逻辑再一次走进了困境。“狭义相对论”讨论的是时空，时空中的时间与空间通过运动被关联：运动影响时间，运动影响空间，时间的运动影响空间的运动以及空间的运动也会影响时间的运动。[[25]](#footnote-26) 从这些相互影响的关系中，我们可以得出结论：时间并不是独立的。这一结论造成了“狭义相对论”与命题时态逻辑在时间本体论上的分歧，同时也是命题时态逻辑在“狭义相对论”视域下的第三重困境的主要内容。因为如果时间并不是独立的，那么仅仅只包含时态算子的逻辑系统在“狭义相对论”中将会失去表达力，毕竟时态只要求了一个具有独立性的时间。这就是时空给时态提出的难题。

# 四、向时空逻辑的转变

使PTL与“狭义相对论”能够相容的方式有两种，一是定义一个绝对宇宙时间并且允许它存在，[[26]](#footnote-27) 这本质上是以神学的方式解决问题；二是修正PTL。本文倾向于第二种方式。不过在本章内容开始之前，我们要给出一个令人信服的理由，去说明我们为什么要去修正PTL，为什么要让PTL与“狭义相对论”相容。既然PTL反映的时间观念与日常对时间的经验是相符的，为何又要特意地去寻找修正之后的新逻辑？对这一问题，本文认为，如果根据日常对时间的经验，那么站在图6的M点，我们就会认为与是相等的，因为经验可以忽略掉那极小的时间差。但根据公式计算，两者是不相等的。那么，经验与计算，哪一个更加理性呢？本文认为数学计算更加理性。既然如此，建立在严密的数学计算基础之上的“狭义相对论”应该比建立在经验基础之上的PTL在对时间的把握上更加理性，或者说更加合理。但我们不能因此认为“狭义相对论”脱离了经验世界，只崇尚计算。毕竟物理事实证明，“狭义相对论”或者说相对论是一种能够更好地解释经验世界的理论。如此看来，对PTL的修正和建立与“狭义相对论”相应的关于时间的逻辑形式系统确实有其较充分的理由。

# （一）转变的可能条件

建立与“狭义相对论”相匹配的时空逻辑系统是比较困难的。这在学界仍是一项正在进行的工作。目前为止，一些逻辑学家已经取得初步成果。这说明建立这样的时空逻辑系统是可能的。本文认为包含以下三个条件创造了这种可能。

首先是闵可夫斯基时空的提出。在爱因斯坦提出“狭义相对论”之后，闵可夫斯基与洛伦兹共同提出了一个四维时空坐标系统。该系统的引入简化了“狭义相对论”的数学表达，并且使得时空这一物理概念有了几何图像。通过闵可夫斯基时空坐标系，我们可以为时空逻辑找到合适的语义解释。这一点已经是许多逻辑学家的共识，尤其是Belnap在1992年通过闵可夫斯基时空图分析出了构建时空逻辑所需要的一些元素概念，比如事件e、事件集E和历史h等，还有一些不可避免的概念，比如有向性、历史的连通和选择原则等等。一个标准的闵可夫斯基时空是由全体数组的集合构成的四维时空连续域，但为了在平面上显示四维空间，一般采用闵可夫斯基时空图。[[27]](#footnote-28) 如图7所示，纵轴表示时间轴，横轴是空间轴，这是四维坐标系二维化的结果。坐标中的点，如点A，表示事件。两条斜率分别为的直线将整个坐标系分为了三个部分：其中1表示O点的因果未来，2是O点的因果过去，统称为类时间隔区；3是O点的无因果关联区，也叫做类空间隔区。[[28]](#footnote-29) 这些都是物理学上的表达，当然我们可以借用这些概念去构造时空逻辑模型。并且，闵可夫斯基时空图也为我们确定了在“狭义相对论”视域下如何去划定过去和未来的方向。以上这些，都为时空逻辑，特别是它的语义部分，做好了必要的准备。

x

ct

1

2

3

3

A

O

图7 闵可夫斯基时空图

根据时空图，我们其实可以看出“狭义相对论”与命题时态逻辑在处理时间的手段上存在一些不同。根据图1~图3的模型，我们可以很清楚地知道，时态逻辑表述的时间只关涉一条时间轴，不管在这条轴上时间点是呈现直线还是分支分布。如果将这样一种认识施加在图7的时空图中，我们会发现这样的事实：已经发生的事情与未发生的事情将在同一时间点出现。[[29]](#footnote-30) 这一结果其实也与同时性导致的反直观的结果是一致的。

其次是“狭义相对论”遵循因果律。如何处理因果律是逻辑学家试图建立时空逻辑时被讨论最多的话题之一，因为要避免可能会因处理不当而出现的宿命论的倾向。不过，这就把因果论与因果律等同了，尽管这并不影响逻辑系统的建立。其实“狭义相对论”遵循的因果律指的是在一些自然规律作用下，事情出现的先后关系总是固定的。比如说时间旅行的悖论：如果你回到过去，然后杀了年轻时的你，可是如果你杀了年轻时的你，那进行时间旅行的你又怎么会存在。这就是遵循因果律导致的一个悖论。不过，这一悖论并不是“狭义相对论”的悖论，只是时间的悖论。当下很多逻辑学家结合因果律和非决定论去建立分支时空逻辑系统，其与分支命题时态逻辑系统的差别之一便在于，它给予了命题时态逻辑系统的“<”关系新的实质内涵，即因果关系。这也体现了时空逻辑在语义上对命题时态逻辑的扩张。

最后是“狭义相对论”在闵可夫斯基时空坐标系中表现出来的时空间隔不变这一原则。在相对论下，时间是相对的，空间是相对的。这导致了两者在相对论中的非恒常变化，这些变化用数学公式来表达都会显得十分复杂。为了建立一个那样的时空逻辑系统，“狭义相对论”必须要有不变的东西。这一东西被发现是时空间隔的不变性，即对于两个不同的惯性系来说，在一个惯性系中发生的两事件的时空间隔与在另一个惯性系中看到的相等。如果将这一点与因果律结合，那么就会得到：在一个闵可夫斯基时空中看到的事情的发生先后关系与在另一个可能的闵可夫斯基时空中观察到的是一致的。当下的一些时空逻辑系统中的二元关系“<”也正是基于这一点才能在历史的变换过程中保持前后连贯。尽管命题时空逻辑并不要求过于精确的数值，只需要有确定的先后关系即可，但如果涉及对它的量化扩张的话，这一点也许会变得重要起来。

# （二）命题时空逻辑

命题时态逻辑如果要在“狭义相对论”视域下寻找出路，必须要转变为时空逻辑，因为“狭义相对论”研究的对象是时空，相应的逻辑便应该研究时空命题。而建立时空逻辑至少有两条路径：一是直接引入时空算子，二是用特殊的手段将时态算子与空间算子结合在一个逻辑系统中，形成时空逻辑。

第一条路经被认为是不可取的。因为时空逻辑本身依靠的是“狭义相对论”，而“狭义相对论”针对的是高速运动的世界，对于常规的经验世界而言，日常的速度在“狭义相对论”中可以被忽略不计。在这一前提下，如果我们只有一个时空算子，或者如果有的话，至多再加上一个它的对偶算子，则有关的日常命题不可能被翻译成时空逻辑的形式语言。换句话说，如果直接引入时空算子去构造逻辑系统的话，这样的系统在表达力与可计算性方面都会不及之前的命题时态逻辑。

就目前已有的研究成果而言，第二条路径才是最佳选择。在这里，我们将以刘虎在文章《A temporal-spatial logic for branching space-times》中给出的分支命题时空逻辑系统——Ockhamist BST structures为例进行简单介绍。

该系统的公式构成通过如下方式定义：

其中G和H是时态算子，对应的F和P算子与上一章的定义方式相同。而且，G与H表达的意思——G表示“……will always be true”和H表示“……has always been true”——与上一章的时态解释也是一样的。值得关注的算子是S和。S被视为是一个类空算子，它指示的区域应该是图7所示的区域3，读作“……is true at all space-like related points[[30]](#footnote-31)”。按照同样的思路，需要补充一点，G和H指示的区域应该是图7的区域1和区域2，这样似乎很合理。是一个必然算子，读作“……is true in any other history[[31]](#footnote-32)”。从上文我们可以看出，前三个算子的解释已经囊括了一个闵可夫斯基时空图中的所有区域，但这样依然没有完全表达出一个时空模型的全部要素，我们需要一个算子来处理时空图之间的关系。因此，引入一个这样的必然算子是必要。

一个模型M是一个二元组（F，V），其中框架F是一个三元组（W，<，~），V是赋值。W是论域为，，……的非空集合，<是W上的一个反自反且传递的二元关系，~是等价关系。[[32]](#footnote-33) 对公式的赋值通过如下方式给出：

通过这样的方式建立的分支命题时空逻辑必定与PTL存在一些联系。除了前者借鉴了后者的Kripke可能世界模型之外，前者的公理也包含了后者的部分公理。在刘虎的分支命题时空逻辑形式系统中，PTL的公理A1~A5和A8也是该系统的公理。A8的出现说明了该系统也具有传递性。

这条路径可以省去寻找新算子的工作，并且也无需为新算子的语义解释担心。但问题在于，并不是逻辑上的问题，两类算子即时间算子和空间算子的各自独立总给人分裂时空的感觉，毕竟“狭义相对论”一直强调时空的整体性并且是不可分割的。

# 五、总结与期望

对时间的思考是命题时态逻辑在形成与发展过程中的一个重要哲学背景，正是因为如此，我们才有机会将命题时态逻辑放在“狭义相对论”的视域下去考察。尽管本文分析了在“狭义相对论”的时空语境下，命题时态逻辑面临的困境以及通过一个命题时空逻辑形式系统的例子，给出了解决问题的方案，但这些都是非常基础的工作。为了彻底解决命题时态逻辑在“狭义相对论”视域下的困境，对时空逻辑，我们还需要进一步的工作。

在逻辑哲学方面，我们要考虑的是时空跨越过程中的同一性和识别问题，这一问题涉及到时空悖论和时空的本质两个方面的内容。不管是在哲学上还是在物理学上，我们都必须探究清楚时空的本质，因为时空的形态与性质是时空跨越过程中的重要影响因子。不过，我们不能在“狭义相对论”的时空逻辑中去提出时空是否存在的问题。尽管它确实是一个不应该被避免的哲学问题，就像在时态逻辑的哲学讨论中去问时间是否存在那样，但我们说过，时空不仅是一个哲学概念，也是一个物理概念，既然“狭义相对论”已经预设了时空的存在，那么时空的存在论问题便在这里显得并不重要。

在哲学逻辑方面，很多工作还有待进一步完成，比如时态逻辑的推理规则在命题时空逻辑中是否成立以及一个完整的命题时空逻辑还需要哪些其他的推理规则？推理规则是一个逻辑系统必不可少的组成部分，如果没有一个推理规则的充足集的话，定理便会不完全。除此之外，我们还要证明命题时态系统与命题时空系统的关系，比如说是扩张还是半扩张？为了证明这个问题，我们一定要比较两者的表达力，判断出两者的强弱。或许我们还要找出居于两者之间的其他系统等等。最后，我们还要证明该系统的完全性。

# 参考文献

图书：

1. 张清宇,陈慕泽译.哲学逻辑.北京：中国人民大学出版社,2007, 228~251
2. 王雨田编著.现代逻辑科学导引(下).北京:中国人民大学出版社,1988, 228~267
3. 周国荣译.费曼讲物理:相对论.长沙:湖南科学技术出版社,2012, 100~109
4. 刘辽,费保俊等.狭义相对论（第二版）.北京:科学出版社,2008, 1~74
5. Arthur N. Prior. Time and Modality. Oxford University Press, 1957
6. Arthur N. Prior. Past, Present and Future. Oxford University Press, 1967
7. Arthur N. Prior. Papers on Time and Tense. Oxford University Press, 1968
8. Hajnal Andreka, Judit X. Madarasz, Istvan Nemeti. Logic of Space-time and Relativity Theory. In Handbook of Spatial Logics Chapter 11. M. Aiello, I.P. Hartmann and J.V. Benthem(Editors). Springer, 2007, 607~712
9. Johan Van Benthem. The Logic of Time: A Model-theoretic Investigation into the varieties of Temporal Ontology and Temporal Discourse. Kluwer Academic Publishers, 1991
10. John P. Burgess. Basic tense logic. In Handbook of Philosophical Logic Volume 2: Extensions of Classical Logic. D. Gabbay and F. Guenthner (Editors). D. Reidel Publishing Company, 1984, 89~133
11. Peter Ohrstrom and Per Hasle. Modern temporal logic: the philosophical background. In Handbook of the History of Logic Volume 7: Logic and the Modalities in the Twentieth Century. Hasle. Dov M. Gabby and John Woods (Editors). Elsevier, 2006, 447~498
12. Peter Ohrstrom and Per Hasle. Temporal Logic: From Ancient Ideas to Artificial Intelligence. Kluwer Academic Publishers, 1995
13. Rescher, N. and A. Urquhart. Temporal Logic. Springer-Verlag, 1971
14. Rod Girle. Modal Logics and Philosophy. Cromwell Press Group, 2009, 151~171
15. Robert P. McArthur. Tense Logic. D. Reidel Publishing Company, 1976

论文：

1. 贾青. 对双时间参数理论的改进 ——从分支时间到分支时空. 逻辑学研究, 2013年第2期, 26~41
2. 王善侠. 极小非正规时态逻辑研究：[博士学位论文]. 重庆：西南大学，2017, 1~4
3. Hu Liu. A temporal-spatial logic for branching space-times. Studies in Logic,2016, Vol.9, No.4:85~99
4. John P. Burgess. The unreal future. Theoria,1978, Vol.44:157
5. Ming Xu. Causation in branching time(1):transitions, events and causes. Synthese,1997, 112:137~192
6. Natasa Rakic. Common sense time and special relativity: PhD thesis. University of Amsterdam,1997
7. Nuel Belnap. Branching space-time. Synthese ,1992, 92.:384~434
8. Reynolds M. Axioms for branching time. Journal of Logic and Computation,2002, 12(4):679~697
9. Robert Goldblatt. Diodorean modality in Minkowski spacetime. Studia Logica,1980, 39(2~3):220~236
10. Zanardo A. Branching-time logic with quantification over branches: the point of view of modal logic. The Journal of Symbolic Logic,1996, 61(01):1~39
1. 本节介绍的命题逻辑系统主要的定义以及公理主要参考Robert P. McArthur（1976），王雨田（1988）。下一节的分支命题时态逻辑系统同样参考这些数目。 [↑](#footnote-ref-1)
2. 在不影响公式表达的前提下，公式中的部分技术符号可被省略，如$(α⋀β)$可被写成$α⋀β$。 [↑](#footnote-ref-2)
3. P. McArthur，Tense Logic，1976，p.17 [↑](#footnote-ref-3)
4. 该系统最初是由Lemmon E.J.提出，尽管在Prior（1967）中给出了Lemmon的八条公理，但实质上只有四条，分别是$CGCpqCGpGq，CHCpqHpHq，CNHNGpp，CNGNHpp$。可以证得，该系统与现在的Kt等效。 [↑](#footnote-ref-4)
5. P. McArthur，Tense Logic，1976，p.24 [↑](#footnote-ref-5)
6. 王雨田，现代逻辑科学导引（下），1988，p.240 [↑](#footnote-ref-6)
7. 该系统最早由N.B. Cocchiarella在1965年提出。 [↑](#footnote-ref-7)
8. P. McArthur，Tense Logic，1976，p.28 [↑](#footnote-ref-8)
9. 该系统主要归功于Dana Scott，同样在1965年被提出。 [↑](#footnote-ref-9)
10. 由A.N. Prior于1965年提出。 [↑](#footnote-ref-10)
11. Prior在1965年提出的循环时间系统，不过要注意Prior的A8公理用的是$CGpGGp$，它可与现在的A8公理互换。 [↑](#footnote-ref-11)
12. 原文在John P. Burgess，1978，p.157 [↑](#footnote-ref-12)
13. 以下四种模型来自Ohrstrom and Hasle，1995，p.194~196 [↑](#footnote-ref-13)
14. 该系统由Cocchiarella给出，另一种记法是$K4\_{t}$。 [↑](#footnote-ref-15)
15. Rescher and Urquhart提出该系统，他们给出了三条公理，分别是$Gp⊃GGp$,$Hp⊃HHp$,和$\left（H\left（p∨q\right）\&H\left（p∨Hq\right）\&H\left（Hp∨q\right）\right）⊃\left（Hp∨Hq\right）$，Temporal Logic，1971，p.76 [↑](#footnote-ref-16)
16. 这里的“一直”说的是将来的所有时刻，不考虑其他。 [↑](#footnote-ref-17)
17. 关于这个系统的具体内容可以查阅McArthur，1976，p.47 [↑](#footnote-ref-18)
18. 因为时间差实在是太小以至于视觉无法察觉到，因此在常规世界，这一差距经常被直觉忽视。 [↑](#footnote-ref-19)
19. 刘辽，狭义相对论，2008，p.27 [↑](#footnote-ref-20)
20. Rod Girle.，Modal Logics and Philosophy，p.167 [↑](#footnote-ref-21)
21. 反映的是PTL中描述的左无限性。 [↑](#footnote-ref-22)
22. Ohrstrom and Hasle，Modern Temporal Logic: the Philosophical Background，2006，p.454 [↑](#footnote-ref-23)
23. Rod Girle，Modal Logics and Philosophy，2009，p.168 [↑](#footnote-ref-24)
24. Ohrstrom and Hasle，Modern Temporal Logic: the Philosophical Background，2006，p.455 [↑](#footnote-ref-25)
25. 运动影响时间和空间可以通过图6的实验来说明；时间的运动与空间的运动相互影响的结论来自于物体的时空速度合成。因为时空速度恒常不变，因此，两者运动速度呈现的是一种反关系。 [↑](#footnote-ref-26)
26. Ohrstrom and Hasle，Modern Temporal Logic: the Philosophical Background，2006，p.486 [↑](#footnote-ref-27)
27. 刘辽，狭义相对论（第二版），p.42 [↑](#footnote-ref-28)
28. 刘辽，狭义相对论（第二版），p.43 [↑](#footnote-ref-29)
29. 其实只需要过图7的区域2中的一点做一条与x轴平行的直线，这条直线在区域2的部分表示对于事件O而言已经发生了的事件，而在区域3的部分表示的是在一段时间后会在事件O的因果未来出现的事件，但由于时态逻辑只考虑时间轴，因此就会得出已经发生的事件与未发生的事件在同一时间点出现这一现象。同时这也反映了时态逻辑不适用于“狭义相对论”。 [↑](#footnote-ref-30)
30. Point在该系统中指的就是一个事件e。 [↑](#footnote-ref-31)
31. 刘虎在文中定义a history如下：a history is a maximal directed set。而一个历史是有向性的指的是对于任意一对在历史上的事件$e\_{1}$和$e\_{2}$来说，它们在该历史中有一个共同的上界。其实简单来说，一个历史就是一个闵可夫斯基时空图，如图7。 [↑](#footnote-ref-32)
32. 刘虎在文中补充道：假如w1和w2分别表示（h1,e1）,(h2,e2)的话，那么w1<w2蕴涵h1=h2且e1$\ll $e2, w1~w2蕴涵e1=e2。这里的$\ll $表示远小于，因为在时空图实际上显示的范围非常广，用远小于可以区分时空上的远近。 [↑](#footnote-ref-33)